



XXII Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
практический тур, решения

2015

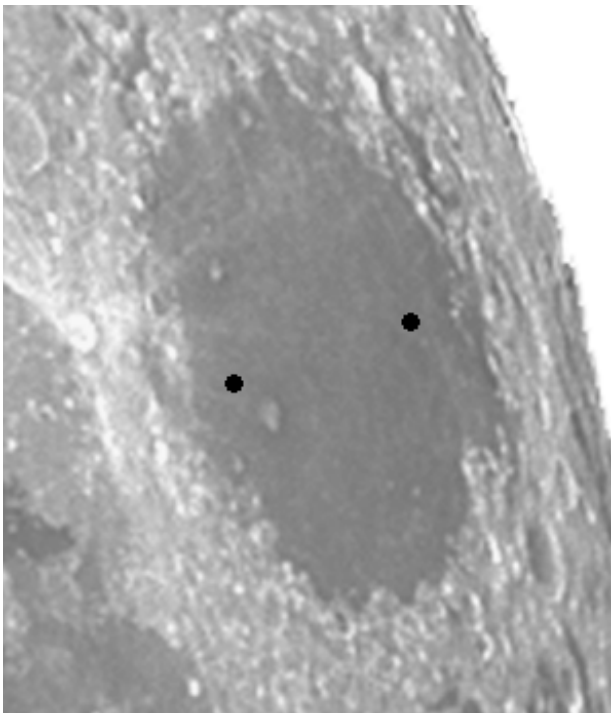
1  
марта

---

*7–8 классы*

---

Автоматический исследовательский аппарат, находящийся на поверхности Луны в Море Кризисов, переместился по кратчайшему маршруту между точками, обозначенными черными кружочками на фотографии слева. Найдите расстояние, которое прошел аппарат, и оцените погрешность определения расстояния. Известно, что радиус Луны составляет  $1737 \pm 1$  км, полный снимок видимого полушария Луны, также сделанный с поверхности Земли, приведен справа.



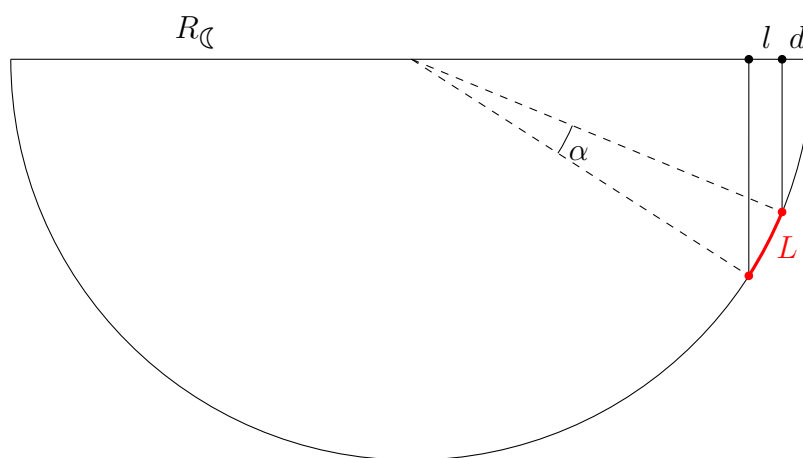
**Решение:**

Для того, чтобы понять, каковы размеры снимка слева, нужно сопоставить масштабы обоих снимков. Так как измерения получаются очень неточными, на левом снимке из-за размытости деталей, а на правом из-за их мелкости, то лучше сделать несколько измерений размеров разных деталей, общих для обоих снимков, и усреднить результаты. В итоге получаем, что размеры и расстояния на снимках соотносятся примерно как 10 : 57. Измерив радиус Луны на правом снимке (53 мм), можно получить его масштаб: в 1 мм 33 км. Тогда видимая длина пути аппарата (25 мм на левом снимке) будет равна примерно 145 км. Заметим, что измерения можно провести с точностью не лучше 0.5 мм, что означает, что ошибка определения размеров по правому снимку составляет не меньше  $15 \div 20$  км, следовательно приводить ответ имеет смысл с точностью до десятков километров, не лучше, т.е. видимая длина пути аппарата равна  $150 \pm 20$  км.

Теперь заметим, что путь аппарата для земного наблюдателя находится на краю видимого диска Луны. Луна — шар, но мы видим проекцию этого шара на небо, следовательно, расстояния, измеряемые на краю изображения, подвержены искажению. Это легко можно заметить по

изображениям кратеров (которые в реальности обычно круглые): практически круглые в центре, они к краям приобретают вид эллипсов, сплюснутых в направлении того края, рядом с которым они находятся. Так что реальный путь аппарата по Луне длиннее, чем его проекция.

Если перенести изображение пути аппарата на правый снимок, то можно заметить, что линия, соединяющая точки, почти точно проходит через центр Луны. Это значит, что мы видим ту окружность, на которой в действительности располагаются эти точки, практически «плашмя», т.е. луч нашего зрения лежит практически в плоскости той же окружности. Тогда можно найти реальную длину пути следующим образом. Нарисовать окружность с радиусом, равным радиусу Луны на правом снимке  $R_{\zeta}$  (можно прямо на нем и рисовать). На диаметре отложить от его конца отрезок  $d$ , равный расстоянию от края Луны ближайшей к нему точке пути. Затем отложить по диаметру длину пути  $l$  в масштабе правого снимка. Получится изображение проекции пути на небо. Затем, восстановить перпендикуляры из концов отрезка к диаметру до пересечения с окружностью. Точки пересечения будут являться концами истинного пути аппарата по поверхности Луны. Этот путь изображен красным на рисунке:



Осталось найти длину этого пути  $L$ . Можно «честно» измерить транспортиром угол  $\alpha$  и вычислить длину дуги:

$$L = \alpha \cdot \frac{2\pi R_{\zeta}}{360}.$$

Причем сюда можно подставить настоящий радиус Луны в километрах, тогда  $L$  сразу получится в километрах. А можно, заметив, что она мало отличается от отрезка прямой, просто измерить ее линейкой в миллиметрах и умножить на 33. Искомое расстояние оказывается примерно равным  $320 \pm 20$  км.

Можно другим путем оценить масштаб искажений. Если предположить, что все кратеры в реальности круглые, что близко к действительности, то отношение их видимых наибольшего и наименьшего размеров определяет степень искажения. Если удачно подобрать кратер (Море Кризисов для этой цели лучше не брать, т.к. оно не обязательно в действительности круглое), то можно внести исправления за искажение, просто умножив видимый путь на полученное для кратера отношение. Измерять степень искажения по кратерам можно как на правом, так и на левом рисунке, учтя, что кратер, по-возможности, должен находиться на таком же расстоянии от центра Луны, как и измеряемый путь. По-видимому, этот способ менее точный, так как подходящих кратеров мало и измерения их размеров вносят дополнительную погрешность.