XXVII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

теоретический тур, решения

2020

2 февраля

9 класс

1. Первым сахаром, обнаруженным в межзвездных облаках, стал гликольальдегид CH_2OHCHO. В некотором облаке с радиусом 2 парсека лучевая концентрация (количество молекул в столбике/колонке с площадью основания 1 см^2) в направлении на центр облака составляет $2.8 \cdot 10^{14}$ молекул на см^2. Оцените общую массу молекул гликольальдегида в облаке.

Решение:

Определим молярную массу молекул гликольальдегида: в одной молекуле 2 атома углерода, 4 атома водорода, 2 атома кислорода, тогда молярная масса равна $\mu = 2 \cdot 12 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 16 = 60$ г/моль.

Вычислим объемную концентрацию молекул. Объем колонки представим в виде прямоугольного параллелепипеда с высотой, равной диаметру облака:

$$V = Sh = 1 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^{18}) = 1.2 \cdot 10^{19}\,\text{см}^3.$$

Тогда объемная концентрация (в предположении, что молекулы в облаке распределены равномерно; но, поскольку мы получаем оценку, это предположение оправдано) равна

$$n = \frac{\sigma}{V} = \frac{2.8 \cdot 10^{14}}{1.2 \cdot 10^{19}} = 2 \cdot 10^{-5}\,\text{см}^{-3}.$$

Определим объем облака, считая его шаром:

$$V_c = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2 \cdot 3 \cdot 10^{18})^3 = 9 \cdot 10^{56}\,\text{см}^3.$$

Количество молекул гликольальдегида в облаке:

$$N = V_c n = 9 \cdot 10^{56} \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 18 \cdot 10^{51}\,\text{штук}.$$

Тогда количество гликольальдегида в молях равно

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{18 \cdot 10^{51}}{6 \cdot 10^{23}} = 3 \cdot 10^{28}\,\text{моль}.$$

Следовательно, масса гликольальдегида равна

$$M = \nu\mu = 3 \cdot 10^{28} \cdot 60 \approx 2 \cdot 10^{30}\,\text{г}.$$

Заметим, что это примерно 10^{-3} массы Солнца.

Комментарии:

Понимание, что такое лучевая концентрация и как с ней работать, оценивается 4 баллами. Вычисления — также 4 балла.

А.В.Веселова

2. Космический корабль с фантастическим двигателем, который обладает пренебрежимо малым расходом топлива и способен годами разгонять корабль с ускорением 1 g, совершает перелет между околоземной орбитой и околомарсианской орбитой. Оцените, в каких пределах может меняться продолжительность такого перелета, если известно, что и около Земли, и около Марса корабль должен иметь нулевую скорость относительно Солнца.

Решение:

Для начала поймем, что ускорение 1 g в окрестностях Земной орбиты (и за ней) — величина весьма значительная, она на порядки больше гравитационного ускорения, создаваемого Солнцем. В этом несложно убедиться (данные выражены в СИ):

$$a = \frac{GM}{R^2} = \frac{7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(1.5 \cdot 10^{11})^2} = 6 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с}^2 \ll 10^1\ \text{м/с}^2$$

Это значит, что в первом приближении можно считать, что Солнце (а планеты — тем более) не влияют на полет космического корабля. Таким образом, его полет — обыкновенное равноускоренное движение.

Так как Марс является конечной целью полета, корабль по прибытии должен затормозить, то есть первую половину пути корабль ускоряется, вторую — тормозит. Тогда:

$$\frac{d}{2} = \frac{a(\frac{t}{2})^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4d}{a}}$$

Ускорение $a = 10$ м/с^2, расстояние d принимает значения от $a_M - a_E = 0.5$ а.е. до $a_M + a_E = 2.5$ а.е. Подставив числа, получим, что время полета лежит в диапазоне от 2 суток до 4.5 суток, что довольно быстро для космических перелетов.

Справедливости ради отметим, что пролететь через Солнце корабль не может, поэтому в случае соединения планет ему придется облететь Солнце по чуть более длинному пути, но на оценочный ответ эта поправка не повлияет.

Комментарии:

За понимание и обоснование того факта, что движение корабля в задаче можно считать равноускоренным, выставляется 2 балла. Получение верного формульного выражения для времени полета оценивается 3 баллами. За правильный расчет возможного диапазона значений времени ставится еще 3 балла.

В.А.Дмитриев

3. Звезда R Андромеды из-за сильного звездного ветра теряет 10^{-6} масс Солнца в год. Считая, что звездный ветер уносится от звезды прямолинейно и равномерно со скоростью $3 \cdot 10^2$ км/с, оцените концентрацию частиц звездного ветра от этой звезды в окрестности Солнечной системы. Годичный параллакс R And равен $0''.004$.

Решение:

1 парсек — это расстояние, с которого 1 астрономическая единица видна под углом $1''$. Тогда можно вычислить расстояние до R Андромеды. Переведем параллакс в расстояние: $r = 1/0''.004 = 250$ пк.

В случае изотропного распространения вещества по закону сохранения массы, если через поверхность звезды за один год прошло какое-то количество вещества, то за это же время через любую сферу радиуса r, окружающую звезду, пройдет ровно то же количество вещества. Значит, произведение

$$4\pi r^2 v\rho = \dot{m} = \text{const},$$

где r — радиус сферы, v — скорость распространения вещества, ρ — плотность вещества, $\dot{m}$ — темп потери массы. Отсюда получаем плотность вещества звездного ветра (при этом учитывая, что масса Солнца равна 2×10^{30} кг, а год длится 3.15×10^7 секунд, а 250 пк составляют 750×10^{16} м):

$$\dot{m} = \frac{10^{-6} \cdot 2 \times 10^{30} \text{ кг}}{3.15 \times 10^7 \text{ с}} = 0.6 \times 10^{17} \text{ кг/с};$$

$$\rho = \frac{\dot{m}}{4\pi r^2 v} = \frac{0.6 \times 10^{17}}{4 \cdot \pi \cdot (7.5 \times 10^{18})^2 \cdot 3 \times 10^5} \approx 3 \times 10^{-4} \times 10^{17-18\cdot 2-5} = 3 \times 10^{-28} \text{ кг/м}^3$$

Считая, что звездный ветер состоит из ионизованного водорода (что для реального звездного ветра весьма близко к действительности), поделим полученную плотность на массу атома водорода m_0 для получения концентрации атомов водорода n:

$$n = \frac{\rho}{m_0} = \frac{3 \times 10^{-28}}{1.67 \times 10^{-27}} \approx 2 \times 10^{-1} \text{ частиц/м}^3.$$

Осталось учесть, что ионизованный атом водорода состоит из двух частиц (протона и электрона), поэтому итоговый ответ больше в два раза: около 0.4 м$^{-3}$.

Комментарии:

Нахождение верного расстояния до звезды оценивается 1 баллом. Вывод формулы расчета плотности из закона сохранения массы — до 4 баллов (разлет вещества по окружности (на 360°) — 1 балл, расчет плотности на основании деления массы выделившегося звездного ветра на объем шара с радиусом, равным расстоянию до R And — 2 балла, расчет плотности на основании ее убывания как квадрат расстояния от R And — от 3 до 4 баллов в зависимости от аккуратности). Любая разумная оценка массы одной частицы звездного ветра (например, массы протона или электрона) — 1 балл. Получение итогового ответа с верной размерностью — до 2 баллов.

Учет того, что звездный ветер состоит из протонов **и** электронов (ответ 0.4 частиц/м^3) — 1 дополнительный балл.

В.В. Григорьев

4. Каждый телескоп системы KELT (Kilodegree Extremely Little Telescope) оснащен линзовым объективом с диаметром 42 мм и ПЗС-матрицей размером 37×37 мм, содержащей 4096×4096 пикселей. Поле зрения телескопа составляет $26° \times 26°$. Максимальная чувствительность матрицы достигается на длине волны 600 нм. Определите предельное угловое разрешение такого инструмента.

Решение:

На квадратную матрицу проецируется участок неба с угловыми размерами $26° \times 26°$. С учетом количества пикселей по одной стороне получаем, что на один пиксель проецируется кусочек неба шириной d:

$$d = \frac{26 \times 3600''}{4096} \approx 23''.$$

Рассчитаем дифракционный предел телескопа θ на длине волны $\lambda = 600$ нм:

$$\theta \approx 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D} = 1.22 \cdot \frac{600 \times 10^{-9} \times 206265''}{42 \times 10^{-3}} \approx 4''.$$

Здесь в качестве D был подставлен диаметр объектива в метрах.

Сравнивая θ и d, можно заметить, что угловое разрешение телескопа определяется исключительно размерами пикселей, то есть ответ: $23''$.

Комментарии:

Расчет разрешения, получаемого из размеров пикселей, оценивается 3 баллами. Вычисление дифракционного предела — 3 балла. Правильный итоговый вывод — 2 балла.

В.В.Григорьев

5. Рентгеновский источник в созвездии Лебедя Cyg X-3 является переменным. Было замечено, что из областей, находящихся на небе на угловом расстоянии $16''$ от Cyg X-3, также приходит переменное излучение с тем же периодом, однако максимумы и минимумы блеска наблюдаются с задержкой (по сравнению с Cyg X-3) на 2.7 года. Оцените, на каком расстоянии Cyg X-3 находится от Солнца. А от центра нашей Галактики?

Решение:

Рентгеновское излучение, испущенное объектом, проходит некоторое расстояние до окружающего его вещества и рассеивается на нем. Поэтому задержка вызвана тем, что излучению требуется время для достижения вещества. Свет за 2.7 года проходит расстояние, немного меньшее 1 пк (который, как известно, равен примерно 3.26 световым годам), точнее, $2.7/3.3 = 0.8$ пк.

Это расстояние мы видим под углом $\theta = 16''$. Значит, Солнце и Cyg X-3 разделяет расстояние r:

$$r = \frac{l}{\theta} = 0.8 \text{ пк} \cdot \frac{206265''}{16''} \approx 10 \text{ кпк}.$$

Здесь угол θ был переведен в радианы.

Как следует из условия задачи, объект находится в созвездии Лебедя, через которое проходит Млечный Путь. Вспомнив расположение созвездий, можно оценить, что угловое расстояние между Лебедем и Стрельцом (в нем находится центр Галактики) составляет примерно 90° (в реальности галактическая долгота Cyg X-3 равна 79°, что практически не влияет на результат).

Таким образом, получаем прямоугольный треугольник с вершинами в Cyg X-3, Солнце и центром Галактики, где второе искомое расстояние D является гипотенузой. Расстояние от Солнца до центра Млечного Пути равно 8 кпк, следовательно

$$D = \sqrt{10^2 + 8^2} \approx 13 \text{ кпк}.$$

Комментарии:

Получение оценки расстояния от светящейся области до Cyg X-3 оценивается 3 баллами. Вычисление расстояние от Солнца до Cyg X-3 — 2 балла. Оценка расстояния от центра Млечного Пути до Cyg X-3 — 2 балла.

В.В.Григорьев